Nekonvenčný prístup k riešeniu problémov mnohovrstvových hierarchických systémov

J. ULIČNÝ — A. VAVRÍK

1. Úvod

Pri návrhu riadenia zložitých systémov v reálnych podmienkach veľmi často pristupujeme k simulácii takýchto systémov na počítačoch. Pre projektantov ASR je simulácia nielen nástrojom na analýzu a syntézu systému, jeho optimalizáciu, ale predovšetkým im dáva možnosť dostať sa do úzkeho kontaktu s dejom prebiehajúcim v systéme. Experiment na modeli nie je viazaný takými prísnymi podmienkami ako experiment na reálnom systéme. Takýmito obmedzujúcimi podmienkami z hľadiska reálneho systému sú napríklad čas, finančné náklady, nemožnosť odstaviť proces v reálnom systéme vzhľadom na želateľnosť prerušenia experimentu atď. Simulácia je niekedy jediný spôsob, ako dosiahnuť zlepšenie v reálnom systéme.

Simulácia systému na počítači sa však viaže na existenciu a vhodnosť modelu reálneho systému [2—9]. V tejto práci sa budeme zaoberať konštrukciou modelu riadenia pre simuláciu funkčnej činnosti hierarchického mnohovrstvového systému pôsobiaceho v podmienkach neurčitosti [1].

2. Vhodnosť modelu riadeného systému

Platnosť akéhokoľvek matematického modelu fyzikálneho procesu závisí predovšetkým od spôsobu jeho využitia. Model formalizovaný pre určitú skupinu úloh sa definuje predovšetkým z toho aspektu, aby vyhovoval podmienkam riešenia týchto úloh. Na druhej strane nemusí byť tento model vôbec vhodný na iné účely. Táto podstata modelovania je známa už dávno. Samozrejme to platí aj pre techniku konštrukcie nových systémov. V tomto prípade je situácia zvlášť ťažká, pretože k zadanému cieľu riadenia systému treba v podstate určiť model riadeného systému, splňujúci určité ohraničenia na fyzikálny proces a vplyv vonkajšieho prostredia. V práci sa zaoberáme konštrukciou modelu riadeného systému spolu s návrhom mnohovrstvovej štruktúry riadenia takéhoto systému, pôsobiaceho v podmienkach neurčitosti [1]. V konečnom dôsledku použijeme model riadeného systému na výpočet optimálnych hodnôt riadiacich vstupov na systém. Optimálne hodnoty riadiacich vstupov, ktoré sú v riadiacom systéme generované za pomoci zákona riadenia systému, určujú nám maximum očakávanej hodnoty účelovej funkcie systému.

Zákon riadenia systému je však určovaný predovšetkým cieľom riadeného systému a jeho modelom. Potom je len samozrejmé, že model riadeného systému (t. j. jeho štruktúra a parametre) sa musí konštruovať tak, aby očakávaná hodnota účelovej funkcie nadobúdala pre budúce hodnoty neurčitého faktora maximum. Neurčitý faktor v modeli systému reprezentuje vplyv vonkajšieho prostredia na systém [1, 2, 4]. O vplyve vonkajšieho prostredia na systém predpokladáme, že má charakter nestacionárneho procesu s vopred neznámymi štatistickými charakteristikami. V práci [1] sme uvažovali periodickosť pôsobenia systému, pričom sme jednotlivé periódy delili na etapy (t. j. na etapu plánovania (EP) a etapu realizácie plánu (ERP). Predpokladali sme, že na EP (t. j. v období rozhodovania alebo riešenia problému na druhej vrstve mnohovrstvového hierarchického systému) orgán zodpovedný za riadenie zložitého systému nepozná konkrétne hodnoty neurčitého faktora, ale pozná iba množinu $Z_{(\tau)}$ ($Z_{(\tau)} \subset Z_{(\varrho)}$) budúcej periódy τ pôsobenia systému. Konkrétne hodnoty z_γ bude tento orgán poznať iba na ERP, t. j. až po prijatí rozhodnutia pre budúcu periódu pôsobenia systému. Poznamenávame, že časový úsek ERP a budúcej periódy sú totožné.

V práci sme predpokladali, že štatistické charakteristiky neurčitého faktora sú v rozpätí jednej periódy τ stacionárne. Ako sme už spomenuli, každej periódе τ prináleží množina neurčitých faktorov $Z_{(\tau)}$, ktorá je podmnožinou množiny $Z_{(\varrho)}$. Množina $Z_{(\varrho)}$ je súčtom množín $Z_{(\tau)}$. Ak potom dĺžka periódy τ je T_2 časových jednotiek (vzťahujúcich sa na funkčnú činnosť systému na druhej vrstve), bude dĺžka periódy ϱ rovná $T_3 = \sum_\tau T_2$ časových jednotiek. Dĺžka T_3 periódy ϱ sa vzťahuje na funkčnú činnosť systému na jeho tretej vrstve [1].

3. Voľba štruktúry modelu riadeného systému a jeho parametrov

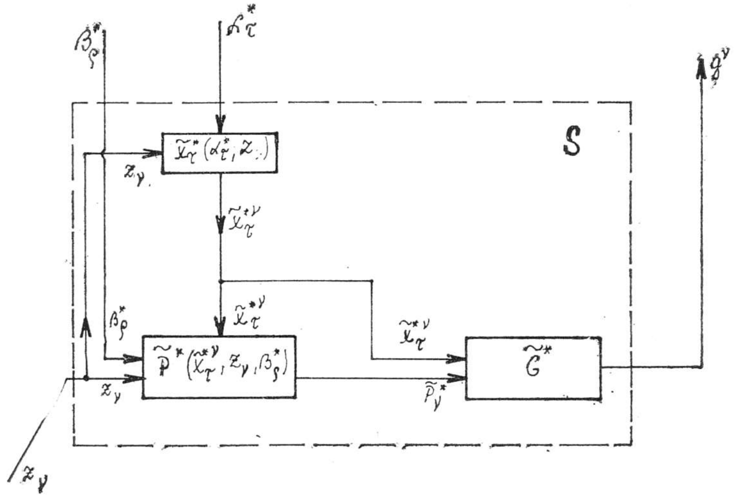
Pri formalizácii alebo konštrukcii modelu riadeného systému pri syntéze ASR musíme postupovať takto:

a) musí sa určiť štruktúra modelu, t. j. matematická závislosť vstupov a výstupov modelu pri daných ohraničeniach na pôsobenie riadeného systému,

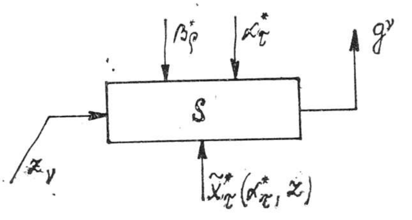
b) musia sa určiť parametre vystupujúce v štruktúre modelu.

Úloha určovania štruktúry modelu (pri splnení základných požiadaviek na model riadeného systému) je úzko spätá s problematikou určovania parametrov danej štruktúry. Skutočne, ťažko by sme mohli vyhodnocovať nejakú štruktúru modelu, keby parametre tohto modelu boli neznáme.

Aby sme túto myšlienku lepšie ozrejmili, uvažujme riadený systém, ktorého model (alebo model jeho produkčnej funkcie) má štruktúru charakterizovanú parametrom β ($\beta \in B$). Pomocou parametra α ($\alpha \in A$) označme si parameter dourčujúci štruktúru modelu (obr. 1). Na tomto obrázku je riadený systém modelovaný produkčnou funkciou $\widetilde{P}^*$, riadiaci systém zákonom riadenia x_τ^* a cieľ riadeného systému kriteriálnou funkciou $\widetilde{G}^*$. Bloky, ktoré na obr. 1 vytvárajú kompaktný celok organizovaného systému, môžeme všeobecne



Obr. 1.



Obr. 2.

zakresliť pomocou obr. 2, kde sa nepredpokladá explicitná deľba systému na riadenú a riadiacu zložku [4, 5].

Predpokladajme, že štruktúra modelu a jeho parametre sú už určené. Potom zákon riadenia $\widetilde{x}^*$ je jednoznačne definovaný kriteriálnou funkciou $\widetilde{G}^*$ (t. j. cieľom riadenia systému). Potom riadiace vstupy $x_\tau^{*\nu}$ na riadený systém generujú sa za pomoci zákona riadenia $\widetilde{x}_\tau^*$ (α_τ^*, z) a nameranej hodnoty faktora z_γ na ERP. Veličiny x_τ^* a z_γ potom jednoznačne určujú hodnotu g^ν kriteriálnej funkcie $G(x_\nu^*\ , P_\gamma^*\ )$, kde

$$y = P(x, z) \tag{3.1}$$

je niektorá ideálna, ale neznáma produkčná funkcia systému. Kriteriálna funkcia G nech je definovaná

$$g(x, z) = G(x, P(x, z)) \ . \tag{3.2}$$

Predpokladajme, že na produkčnú funkciu P sa kladú tieto podmienky vyplývajúce z charakteru činnosti ASR:

— $P(x, z)$ je konkávna neklesajúca funkcia svojich parametrov,

— $P(x, z) = 0 \;\Big|\; \begin{array}{l} x = 0 \\ z = 0 \end{array}$

— $0 \leq y \leq y^+, \quad \forall (x, z) \in X \times Z_{(\tau)}, \qquad \tau = 1, 2, \ldots$

Aproximujme si štruktúru P výrazom

$$y^* = P^*(x, z, \beta) \ . \tag{3.3}$$

Samozrejme predpokladáme, že funkcia P^* má všetky vlastnosti funkcie P. Ak chceme na tretej vrstve mnohovrstvového hierarchického systému určiť parameter štruktúry β_ϱ^* (vzťahujúci sa na množinu $Z_{(\varrho)}$), musíme si vzhľadom na to, čo sme uviedli o vzťahu štruktúry modelu k jeho parametrom, určiť aj parametre modelu α^* pre periódu ϱ s dĺžkou T_3 časových jednotiek. Parametre modelu α sa však musia naviac určovať tak, aby zákon riadenia $\widetilde{x}_\tau^*$ (α_τ, z) bol optimálny vzhľadom na kritériálnu funkciu $G[2]$ na každej periódе τ (s dĺžkou T_2 časových jednotiek). Dosaďme si zákon riadenia $\widetilde{x}^*$ do funkcie P^*. Dostaneme

$$\widetilde{P}^*(\beta_\varrho, \alpha, z) = P^*(\widetilde{x}^*(\alpha, z), z, \beta_\varrho) \ . \tag{3.4}$$

Ak ešte dosadíme zákon riadenia $\widetilde{x}^*(\alpha, z)$ a $P(\beta_\varrho, \alpha, z)$ do kriteriálnej funkcie G, dostaneme

$$\widetilde{G}^*(\beta_\varrho, \alpha, z) = G^*(\widetilde{x}^*(\alpha, z), \widetilde{P}^*(\beta_\varrho, \alpha, z)) \ . \tag{3.5}$$

Podľa zadania úlohy máme optimalizovať očakávanú hodnotu kriteriálnej funkcie $\widetilde{G}^*$. Nech $\gamma_\varrho(z)$ je zákon rozloženia faktora z na množine $Z_{(\varrho)}$ [3]. Formálny zápis riešenia našej úlohy potom bude

$$\max_{(\beta_\varrho, \alpha) \in R_\varrho} \int_{Z_{(\varrho)}} \gamma_\varrho(z) \widetilde{G}^*(\beta_\varrho, \alpha, z) \mathrm{d}z \to (\beta_\varrho^*, \alpha^*) \ , \tag{3.6}$$

kde

$$R_\varrho = \{(\beta_\varrho, \alpha) : \widetilde{x}^*(\alpha, z) \in X \ , \quad 0 \leq \widetilde{P}^*(\beta_\varrho, \alpha, z) \leq y^*, \ \forall z \in Z_{(\varrho)}\} \tag{3.7}$$

Parameter β_ϱ^* bude určovať štruktúru modelu $\widetilde{P}^*$ na celej periódе ϱ (s dĺžkou T_3 časových jednotiek). Pravda, so zmenou periód τ s dĺžkou T_2 časových jednotiek sa mení zákon $\gamma_\tau(z)$ faktora z na množine $Z_{(\tau)}$ [3]. Preto na každej EP pre budúcu periódu τ sa musí určiť nový parameter α_τ^* dourčujúci model $P^*(\widetilde{x}^*(\alpha_\tau, z) \ , \ z, \beta_\varrho^*)$ a definujúci zákon riadenia $\widetilde{x}^*(\alpha_\tau z)$.

Určenie parametra α_τ sa robí riešením úlohy

$$\max_{\alpha_\tau \in R_\tau} \int_{Z_{(\tau)}} \gamma_\tau(z) \widetilde{G}^*(\beta_\varrho^*, \alpha_\tau, z) \, \mathrm{d}z \to \alpha_\tau^* \ , \tag{3.8}$$

kde

$$R_\tau = \{\alpha_\tau : \widetilde{x}^*(\alpha_\tau, z) \in X \ , \quad 0 \leq \widetilde{P}^*(\beta_\varrho^*, \alpha_\tau, z) \leq y^*, \ \forall z \in Z_{(\tau)}\} \ . \tag{3.9}$$

Parameter α_τ^* určuje pre nastávajúcu periódu τ zákon riadenia

$$\widetilde{x}_\tau^* = \widetilde{x}^*(\alpha_\tau^* \ , z) \ , \quad z \in Z_{(\tau)} \ .$$

Po analýze na ERP (alebo nameraní) faktora $z = z_\nu$ v časový okamžik $t = t_\gamma$ dosadzujeme hodnotu z_γ do zákona riadenia $\widetilde{x}_\tau^*$, pričom dostaneme: $\widetilde{x}_\tau^{*\nu} = \widetilde{x}_\tau^* (\alpha_\tau^* , z_\gamma)$. Hodnotu $x_\tau^{*\nu}$ realizujeme ako riadiacu veličinu na reálnom systéme.

Spôsob výpočtu výrazov (3.6) a (3.8) uvedieme v inej práci.

Záverom tejto časti práce poznamenávame, že výrazy (3.6) a (3.8) charakterizujú činnosť mnohovrstvového hierarchického systému na jeho jednotlivých riadiacich vrstvách. Konkrétne, výraz (3.6) sa vzťahuje na pôsobenie systému na tretej vrstve a výraz (3.8) na druhej vrstve hierarchického systému. Pôsobenie systému na týchto vrstvách vzájomne na seba nadväzuje a vyjadruje jeho adaptívno-optimálnu funkčnú činnosť, ktorá je nevyhnutná pri simulovaní a riadení systému v podmienkach neurčitosti.

4. Podmienky konkávnosti funkcie $\widetilde{G}^*$

Z čisto výpočtového hľadiska je veľmi dôležité vedieť, či úlohy (3.6) a (3.8) majú jediné riešenie. Otázky existencie a jednoznačnosti riešenia oboch úloh sa zhodujú, preto budeme analyzovať iba jednu z nich, napr. úlohu (3.8), pričom budeme predpokladať, že parameter β_ϱ^* je už určený.

Uvažujeme:

$$g^*(x, z) = G(x, P^*(x, z, \beta_\varrho^*)) \;. \tag{4.1}$$

Nech ďalej funkcia $g^*(x, z)$ je rýdzo konkávna vzhľadom na premennú $x(\forall z)$.

Ak funkcia $g^*(x, z)$ je rýdzo konkávna, potom takúto vlastnosť bude mať aj funkcia

$$I_{(\alpha)} = \int_{Z_{(\tau)}} \gamma_\tau(z)\, g^*(\widetilde{x}_\tau^*(\alpha_\tau, z), z)\, \mathrm{d}z \tag{4.2}$$

za predpokladu, že

$$\gamma_\tau(z) > 0, \quad \forall z \in Z_{(\tau)}$$

a matica $V_k = \left[\dfrac{\partial^2 \widetilde{x}_k^*}{\partial\alpha_i \partial\alpha_j}\right]$, $k = 1, 2, \ldots, N$ má určitú špecifickú vlastnosť.

Ak potom aj ohraničenie R_τ vytvára konvexný kompakt [2], maximum funkcie $I_{(\alpha)}$ na oblasti R_τ nám dáva jediné riešenie úlohy (3.8) [2].

Určme si druhú parciálnu deriváciu funkcie

$$\widetilde{g}^*(\alpha, z) = g^*(x_\tau^*(\alpha, z), z) \tag{4.3}$$

vzhľadom na zložky $\{\alpha_i\}$ $(i = 1, 2, \ldots)$ vektora α

$$\frac{\partial^2 \widetilde{g}^*}{\partial\alpha_j \partial\alpha_i} = \frac{\partial}{\partial\alpha_i}\left\{\sum_k \frac{\partial\widetilde{g}^*}{\partial x_k} \frac{\partial\widetilde{x}_k^*}{\partial\alpha_j}\right\} =$$

$$= \sum_k \sum_q \frac{\partial^2 \widetilde{g}^*}{\partial x_k\, \partial x_q} \frac{\partial\widetilde{x}_k^*}{\partial\alpha_j} \frac{\partial\widetilde{x}_q^*}{\partial\alpha_i} + \sum_k \frac{\partial\widetilde{g}^*}{\partial x_k} \frac{\partial^2\widetilde{x}_k^*}{\partial\alpha_i\, \partial\alpha_j} \;. \tag{4.4}$$

Definujme si teraz matice Q, R, S, V_k $(k = 1, 2, \ldots, N)$

$$Q = \left[\frac{\partial \widetilde{x}_i^*}{\partial \alpha_j} \right], \tag{4.5}$$

$$R = \left[\frac{\partial^2 \widetilde{g}^2}{\partial \alpha_i \, \partial \alpha_j} \right], \tag{4.6}$$

$$S = \left[\frac{\partial^2 \widetilde{g}^*}{\partial x_i \, \partial x_j} \right], \tag{4.7}$$

$$V_k = \left[\frac{\partial^2 \widetilde{x}_k^*}{\partial \alpha_i \, \partial \alpha_j} \right], \quad k = 1, 2, \ldots, N \tag{4.8}$$

Potom

$$\| \delta\alpha \|^2_R = \| \delta\alpha \|_{Q^T S Q} + \sum_k \frac{\partial \widetilde{g}^*}{\partial x_k} \| \delta\alpha \|^2_{V_k}, \tag{4.9}$$

kde $\delta\alpha$ predstavujú malú zmenu parametra α v parametrickom priestore $A(\alpha \in A)$. Dokážme si teraz vetu.

Veta: Postačujúcou podmienkou na to, aby funkcia $\widetilde{g}^*(\alpha, z)$ bola konkávna vzhľadom na parameter $\alpha(\forall z)$ za predpokladu, že $g^*(x, z)$ je rýdzo konkávna funkcia premennej $x(\forall z)$ je, aby matica $V_k(k = 1, 2, \ldots, N)$ bola nulová.

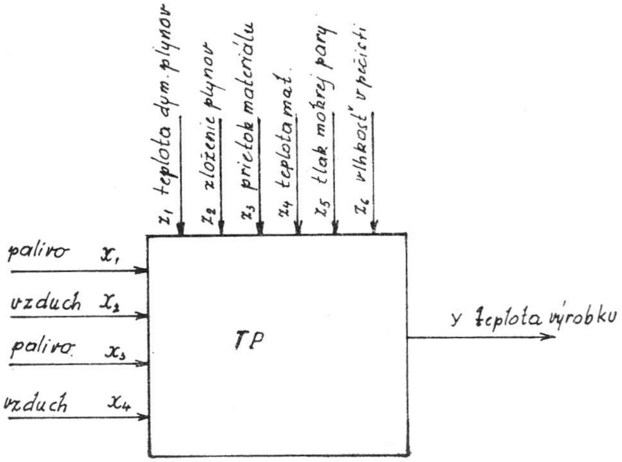
Dôkaz: Tvrdenie, že $g^*(x, z)$ je rýdzo konkávna vzhľadom na $x(\forall z)$ je ekvivalentné s podmienkou, že matica S je záporne definitná. Potom matica $Q^T S Q$ je záporne semidefinitná. Tvrdenie, že $Q^T S Q$ je záporne semidefinitná matica za podmienky, že $V_k = 0$ pre všetky k $(k = 1, 2, \ldots, N)$, je ekvivalentné tvrdeniu, že funkcia $\widetilde{g}^*(\alpha, z)$ je konkávna vzhľadom na $\alpha(\forall z)$. Veta je dokázaná.

Z dôkazu vety vyplýva, že nevyhnutnou podmienkou na to, aby matica $Q^T S Q$ bola záporne definitná, a tým $g^*(\alpha, z)$ rýdzo konkávna vzhľadom na $\alpha(\forall z))$ je, aby matica Q mala hodnosť rovnú počtu parametrov $\{\alpha_i\}$ $(i = 1, 2, \ldots, N)$ modelu P^*. Táto podmienka je splnená iba vtedy, ak je počet parametrov $\{\alpha_i\}$ $(i = 1, 2, \ldots, N)$ menší alebo sa rovná počtu zložiek $\{x_k\}$ $(k = 1, 2, \ldots, N)$ vektora x.

5. Model mnohovrstvovej štruktúry riadenia technologického procesu

V potravinárskej výrobe sa suroviny a polotovary často spracúvajú tepelne v peciach, ako napr. pekárenské výrobky. Pece sú z hľadiska riadenia statickými sústavami, no ich vysoké teploty vyžadujú prísne dodržiavanie tepelného technologického režimu, pretože potraviny sú chemicko-biologickým materiálom citlivým na teploty. Ekonomická a kvalitatívna stránka procesu spaľovania energií reprezentuje hlavné dôvody zavádzania mnohovrstvovej štruktúry riadenia technologického procesu v pekárenskom priemysle.

Hlavnou výstupnou veličinou technologického procesu pečenia je konečná teplota výrobku y pri dodržaní jeho technologických vlastností. Hlavnými akčnými veličinami sú prietoky paliva x_1, x_3. Pomocnými akčnými veličinami sú prietoky vzduchu x_2,x_4 do spaľovacieho priestoru pece. Poruchovými veličinami (merateľnými) sú teplota dymových plynov na výstupe z radiátorov z_1 a ich zloženie z_2, ďalej prietok materiálu z_3 a jeho teplota z_4, tlak mokrej pary z_5 a vlhkosť v priestore na pečenie z_6 (obr. 3).



Obr. 3.

Uvažovaný fyzikálny proces (obr. 3) možno charakterizovať jeho produkčnou funkciou $P(x, z)$. Veličiny $x_1, \ldots, x_4$ a $z_1, \ldots, z_6$ tvoria vstupné vektory x a z technologického procesu (TP).

Základnými vlastnosťami technologického procesu (TP), jeho formálnym modelom a spôsobmi riadenia pekárenskej výroby sa budeme zaoberať v ďalších prácach.

6. Záver

Pri analýze a syntéze zložitých ASR narážame často na problémy, ktoré sa nedajú vyriešiť iba numerickými metódami na číslicovom počítači. V takomto prípade si pomáhame rozličnými simulačnými metódami, ktoré nám umožňujú adaptáciu charakteristík riadiaceho systému vzhľadom na vplyv vonkajšieho prostredia na systém. Vplyv prostredia na systém sme modelovali pomocou neurčitých faktorov pôsobiacich na riadený systém. V dôsledku použitia takéhoto teoretického prístupu možno vypočítať optimálny zákon riadenia systému, ktorý nám maximalizuje očakávanú hodnotu kritéria efektívnosti pôsobenia systému v podmienkach neurčitosti.

Súhrn

Práca sa zaoberá teoretickými problémami konštrukcie modelu riadiaceho a riadeného systému pre simuláciu funkčnej činnosti hierarchického mnohovrstvového systému pôsobiaceho v podmienkach neurčitosti.

Literatúra

1. ULIČNÝ, J. — VAVRÍK, A.: Problémy riadenia v mnohovrstvovom hierarchickom systéme. Bulletin VÚP, XVIII/1-1979.
2. ULIČNÝ, J.: Metodologické otázky riadenia hierarchických systémov pôsobiacich v podmienkach neurčitosti. Acta cybernetica, 1978, č. 4, s. 7—24.
3. ULIČNÝ, J.: Riadenie hierarchických výrobných systémov v podmienkach neurčitosti. Dizertácia na získanie vedeckej hodnosti doktora tech. vied. Bratislava 1976, 218 s.
4. ULIČNÝ, J. — DRÁB, L.: Activity of centre of control in decentralized system with hierarchical structure. In: Proc. Third Formator Symposium on Mathematical Methods for the Analysis of Large-Scale Systems. Liblice 1978, s. 255—268.
5. ULIČNÝ, J. — DRÁB, L.: Modelovanie funkčnej činnosti zložitého systému s hierarchickou štruktúrou. In: Multikriteriální rozhodování (celostátní konference), Český Krumlov 1978, s. 158—173.
6. ULIČNÝ, J. — DRÁB, L.: Pôsobenie centra v hierarchickom systéme pri neúplných informáciách o riešeniach podsystémov. ASR—USIP, 1978, č. 1.
7. ULIČNÝ, J. — DRÁB, L.: Horizontálne väzby kooperatívneho charakteru v hierarchickom systéme pôsobiacom v podmienkach neurčitosti. 9. sympózium Slovenskej kybernetickej spoločnosti SAV, Stará Lesná 1978, s. 148—151.
8. ULIČNÝ, J. — DRÁB, L.: Model neurčitého faktora podsystému v hierarchickej štruktúre. ASR — USIP (v tlači).
9. ULIČNÝ, J. — DRÁB, L.: Centrum hierarchického systému a jeho činnosť v podmienkach neurčitosti. In: III. celoštátna konferencia Aplikovaná kybernetika v textilnom a odevnom priemysle a textilnom strojárstve, Bratislava 1978, s. 46—68.

Уличны, Я. — Ваврик, А.

Неконвенциональный подход к решению проблем многослойных иерархических систем

Выводы

Работа трактует о теоретических проблемах построения модели управляющей и управляемой системы для симуляции функционального действия иерархической многослойной системы действующей в условиях неопределенности.

Uličný, J. — Vavrík, A.

Non conventional access to problems solution of multilayer hierarchic systems

Summary

The work deals with theoretical problems of model structure of controling and controled system for functional action simulation of hierarchic multilayer system in indeterminancy conditions working.